基于特征值分解的随机分布传感器信号合成增强

罗柏文，王　戈，沈彩耀，胡[redacted]鹏
（信息工程大学信息系统工程学院，河南郑州 450002）

摘　要： 将传感网中随机布设传感器节点所接收到的微弱信号进行合成，可有效增强传感器网络的信号感知能力.本文关注的是该微弱信号的合成权值估计问题.以合成信号的自相关系数作为目标函数，本文提出了一种基于特征值分解的合成权值估计算法.该算法无需估计噪声相关矩阵，适用于噪声方差不一致的环境.数值仿真结果显示，本文提出的基于自相关系数的特征值分解合成权值估计算法，在低信噪比、噪声方差不等的条件下，性能优于以合成信号信噪比或者合成信号功率为目标函数的特征值分解合成权值估计算法.

关键词： 无线传感器网；信号合成；特征值分解；自相关系数
中图分类号： TN911.23　　**文献标识码：** A　　**文章编号：** 0372-2112 (2015)04-0806-04
电子学报 URL： http://www.ejournal.org.cn　　**DOI：** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.04.026

Signal Combining on a Randomly Distributed Sensor System Based on Eigen Decomposition

LUO Bo-wen, WANG Ge, SHEN Cai-yao, HU Yun-peng
(*Institute of Information System Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou, Henan* 450002, *China*)

Abstract: Randomly distributed sensor nodes in the sensor network may receive weak signals. Signal combining technology can be used to enhance the performance of signal perception for the sensor network system. This paper focuses on the combining weight estimation for weak signal combining for the wireless sensor network. Taking the combined signal autocorrelation coefficient as the object function, this paper proposes an eigen value decomposition-based combining weight estimation algorithm. The algorithm does not require to estimate the noise correlation matrix, and can be applied to the non-uniform noise variance environment. The numerical simulation results show that the proposed algorithm outperforms classical eigen-based algorithm using the combined signal SNR or power as the object function, under low SNR environment with non-uniform noise variance for weak sensor nodes signal combining.

Key words: wireless sensor network; signal combining; eigenvalue decomposition; autocorrelation coefficient

1　引言

近年来，无线传感器网络(WSN)的研究和应用受到了极大关注[1].目前传感器网络已经广泛应用于军事、环境监测和预报、电磁频谱监测、健康管理、智能家居、空间探索、建筑物状况监控、复杂机械监控、城市交通以及机场、大型工业园区的安全监测[2~5].但是由于传感器网络节点信号感知能力的限制，对于一些微弱信号的接收处理能力还不足.一个有效的解决办法就是将多个节点所接收信号进行合成，通过合成的办法提高信号的信噪比[6].

针对 WSN 这样的多路信号合成权值估计问题，利用信噪比最大化准则，文献[7]提出了基于特征值分解的算法(SNR EIGEN).该算法首先需要分别计算信号分量的相关矩阵和噪声相关矩阵，之后通过特征值分解的方法寻找最大特征值对应的特征向量，该特征向量作为最佳合成权值的估计.SNR EIGEN 算法的主要问题就是需要计算噪声相关矩阵.在算法的实现过程中，噪声相关矩阵通常是利用信号频带之外的另一段纯噪声来等效计算[7].这种做法一方面增加了系统复杂性，另一方面由于噪声的相关性以及接收通道的非白性，还存在不能准确反映信号带宽内噪声特性的风险.文献[6,8~10]均指出，在各路信号噪声方差一致的假设下，最大合成输出功率准则与最大信噪比准则相等价.因此，文献[6,9,10]研究并提出了基于最大合成输出功率准则的 EIGEN 算法(COP EIGEN).在 WSN 中，各信号是由不同

收稿日期：2013-03-11；修回日期：2014-07-07；责任编辑：孙瑶
基金项目：国家 863 高技术研究发展计划(No.2012AA121606)；国家自然科学基金(No.61201380)

的传感器节点接收的,它们之间由于个体差异、环境差异、设备故障等客观因素,信号的噪声特性很难保持一致.而当噪声方差不一致时,COP EIGEN 算法性能急剧下降.

为了解决这些问题,本文以合成信号的自相关系数为目标函数,推导给出了基于特征值分解的信号合成权值估计算法.

2 最佳合成权值的向量表示

传感器节点的复信号可以建模为:

$$x_i(k) = s_i(k) + n_i(k) \tag{1}$$

其中 $x_i(k)$ 表示各节点所接收到的信号,下标 i 表示节点编号,$i=1,2,\cdots,N$,N 为用于合成的节点数,k 为采样点编号. $s_i(k)$ 是信号分量,可以表示为 $s_i(k) = a_i s(k)$,其中 a_i 是第 i 个节点的信号强度,其大小反映了信号的路径损耗和接收系统增益,幅角反映了信道的相位信息. $\boldsymbol{a} = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_N]^{\mathrm{T}}$. $s(k)$ 是信源发送的信号,设为平稳随机过程,功率为 P_s. $n_i(k)$ 是各路信号的噪声分量,通常建模为零均值高斯白噪声,方差为 σ_i^2. 网络节点接收的信号向量为 $\boldsymbol{x}(k) = [x_1(k) \quad x_2(k) \quad \cdots \quad x_N(k)]^{\mathrm{T}}$. 合成权值向量为:$\boldsymbol{w} = [w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_N]^{\mathrm{T}}$,其中 w_i 对应信号 $x_i(k)$ 的合成权值.因此合成信号可以表示为:

$$x_c(k) = \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}(k) = s_c(k) + n_c(k) \tag{2}$$

其中 $s_c(k)$ 和 $n_c(k)$ 分别表示合成信号的信号分量和噪声分量,上标 H 表示共轭转置.根据文献[11]可知,使合成信号信噪比最大的最佳合成权值为:

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{R}_n^{-1}(\tau)\boldsymbol{a}, \text{其中 } \tau = 0 \tag{3}$$

这里 $\boldsymbol{R}_n(\tau)$ 是噪声相关矩阵其定义为:

$$\boldsymbol{R}_n(\tau) = \begin{bmatrix} R_{n_1 n_1}(\tau) & R_{n_1 n_2}(\tau) & \cdots & R_{n_1 n_N}(\tau) \\ R_{n_2 n_1}(\tau) & R_{n_2 n_2}(\tau) & \cdots & R_{n_2 n_N}(\tau) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{n_N n_1}(\tau) & R_{n_N n_2}(\tau) & \cdots & R_{n_N n_N}(\tau) \end{bmatrix} \tag{4}$$

其中

$$R_{n_i n_j}(\tau) = E[n_i(k) n_j^*(k-\tau)] \quad i,j = 1,\cdots N \tag{5}$$

τ 为延迟量.类似于噪声相关矩阵 $\boldsymbol{R}_n(\tau)$ 的定义,$\boldsymbol{R}_x(\tau)$、$\boldsymbol{R}_s(\tau)$ 分别表示 $\boldsymbol{x}(k)$、$\boldsymbol{s}(k)$ 的相关矩阵. $\boldsymbol{R}_n^{-1}(0)$ 是 $\boldsymbol{R}_n(0)$ 的逆矩阵.利用最佳合成权值进行信号合成,最大的合成信号信噪比为[6]:

$$\gamma_{x_c \max} = \boldsymbol{a}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_n^{-1}(0) \boldsymbol{a} P_s \tag{6}$$

SNR EIGEN 算法的最佳合成权值向量为 $\boldsymbol{R}_n^{-1}(0)\boldsymbol{R}_x(0)$ 最大特征值对应的特征向量[6].该算法的问题在于需要估计噪声相关矩阵 $\boldsymbol{R}_n(0)$.而 $\boldsymbol{R}_n(0)$ 的估计增加了合成系统复杂度,在某些条件下甚至无法有效估计.当各路信号的噪声功率相等时,噪声相关函数 $\boldsymbol{R}_n(0)$ 为单位阵与噪声方差之积.因此,等噪声方差条件下,$\boldsymbol{R}_n^{-1}(0)\boldsymbol{R}_x(0)$ 与 $\boldsymbol{R}_x(0)$ 的特征向量仅相差一个标量因子.这种情况下,SNR EIGEN 算法可演化为 COP EIGEN 算法.以合成信号功率为目标函数的 COP EIGEN 算法无需估计噪声相关矩阵,$\boldsymbol{R}_x(0)$ 的最大特征值对应的特征向量就是最佳合成权值的估计.

3 基于特征值分解的信号自相关系数合成权值估计算法

将合成信号自相关系数与合成权值的函数关系表示为:$r_{x_c}(\tau) = f(\boldsymbol{w}, \tau)$.该关系式可以拆分为 $r_{x_c}(\tau) = f_2(\gamma_{x_c}, \tau)$ 和 $\gamma_{x_c} = f_1(\boldsymbol{w})$ 的复合函数形式.根据复合函数的求导准则可知:

$$\frac{\partial r_{x_c}(\tau)}{\partial \boldsymbol{w}} = \frac{\partial r_{x_c}(\tau)}{\partial \gamma_{x_c}} \frac{\partial \gamma_{x_c}}{\partial \boldsymbol{w}} \tag{7}$$

在高斯白噪声条件下,合成信号自相关系数为:

$$\begin{aligned} r_{x_c}(\tau) &= f_2(\gamma_{x_c}, \tau) \\ &= \frac{R_{x_c x_c}(\tau)}{R_{x_c x_c}(0)} \\ &= \frac{E[x_c(k) x_c^*(k-\tau)]}{E[x_c(k) x_c^*(k)]} \\ &= \frac{(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{a})^2 R_{ss}(\tau)}{(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{a})^2 R_{s_0 s_0}(0) + \sigma_{n_c}^2} \\ &= \frac{\dfrac{(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{a})^2 R_{ss}(0)}{\sigma_{n_c}^2} \dfrac{R_{ss}(\tau)}{R_{ss}(0)}}{\dfrac{(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{a})^2 R_{ss}(0)}{\sigma_{n_c}^2} + 1} \\ &= \frac{\gamma_{x_c} r_s(\tau)}{\gamma_{x_c} + 1} \end{aligned} \tag{8}$$

因此有

$$\frac{\partial r_{x_c}(\tau)}{\partial \gamma_{x_c}} = \frac{r_s(\tau)}{(\gamma_{x_c} + 1)^2} \tag{9}$$

式中分母 $(\gamma_{x_c} + 1)^2 > 0$,选取合适的延迟量 τ,可使得分子 $r_s(\tau) \neq 0$,所以 $\dfrac{\partial r_{x_c}(\tau)}{\partial \gamma_{x_c}} \neq 0$.因此可以获得如下的等价关系:

$$\frac{\partial r_{x_c}(\tau)}{\partial \boldsymbol{w}} = \frac{\partial r_{x_c}(\tau)}{\partial \gamma_{x_c}} \frac{\partial \gamma_{x_c}}{\partial \boldsymbol{w}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \gamma_{x_c}}{\partial \boldsymbol{w}} = 0 \tag{10}$$

自相关系数作为目标函数在多路信号合成中与信噪比是等价的.因此,本文以自相关系数为合成权值估计的目标函数,推导最佳合成权值估计算法.根据信号自相关系数的定义,合成信号的自相关系数表示为:

$$r_{x_c}(\tau)=\frac{R_{x_c}(\tau)}{R_{x_c}(0)}=\frac{E[x_c(k)x_c^*(k-\tau)]}{E[x_c(k)x_c^*(k)]}=\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_x(\tau)\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_x(0)\boldsymbol{w}} \tag{11}$$

对上式求关于权值 $\boldsymbol{w}$ 的偏导得：

$$\frac{\partial r_{x_c}(\tau)}{\partial \boldsymbol{w}}=\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{w}}\left(\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(\tau)\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(0)\boldsymbol{w}}\right) \tag{12}$$

$$=\frac{2\boldsymbol{R}_X(\tau)\boldsymbol{w}\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(0)\boldsymbol{w}-2\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(\tau)\boldsymbol{w}\boldsymbol{R}_X(0)\boldsymbol{w}}{(\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(0)\boldsymbol{w})^2}$$

令其等于 0,并化简合并得：

$$\boldsymbol{R}_X(\tau)\boldsymbol{w}\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(0)\boldsymbol{w}-\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(\tau)\boldsymbol{w}\boldsymbol{R}_X(0)\boldsymbol{w}=0 \tag{13}$$

方程两边同除以 $\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(0)\boldsymbol{w}$ 得：

$$\boldsymbol{R}_X(\tau)\boldsymbol{w}-\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(\tau)\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(0)\boldsymbol{w}}\boldsymbol{R}_X(0)\boldsymbol{w}=0 \tag{14}$$

等式两边同乘矩阵 $\boldsymbol{R}_X^{-1}(0)$得：

$$\boldsymbol{R}_X^{-1}(0)\boldsymbol{R}_X(\tau)\boldsymbol{w}-\frac{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(\tau)\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_X(0)\boldsymbol{w}}\boldsymbol{w}=0 \tag{15}$$

由特征方程式(15)可知，矩阵 $\boldsymbol{R}_X^{-1}(0)\boldsymbol{R}_X(\tau)$最大特征值对应的特征向量就是使自相关系数 $r_{x_c}(\tau)$取得最大值的合成权值.同时由式(10)可知，采用该合成权值进行信号合成同时可以获得最大的合成信号信噪比.这里，将这种以合成信号自相关系数为目标函数的 EIGEN 算法简称为 AC EIGEN 算法.该算法需要首先计算接收信号的两个相关矩阵 $\boldsymbol{R}_X(0)$和 $\boldsymbol{R}_X(\tau)$，并求 $\boldsymbol{R}_X(0)$的逆矩阵 $\boldsymbol{R}_X^{-1}(0)$，最后求矩阵 $\boldsymbol{R}_X^{-1}(0)\boldsymbol{R}_X(\tau)$最大特征值对应的特征向量，该向量即为最佳合成权值的估计.

4 性能仿真

为了评估算法性能，定义合成信噪比损失 ζ：

$$\zeta=E[\gamma_{x_c\max}-\gamma_{x_c}] \tag{16}$$

其中 γ_{x_c}是实际合成信号信噪比.根据信号功率、合成权值估计值、噪声方差、信号强度等仿真参数，合成信号信噪比可依下式计算得到.

$$\gamma_{x_c}=\frac{\left|\sum_{i=1}^{N}w_i a_i\right|^2 P_s}{\sum_{i=1}^{N}|w_i|^2\sigma_i^2} \tag{17}$$

其中，P_s、a_i、σ_i^2 均为已知的仿真参数.而合成信号的理论最大信噪比 $\gamma_{x_c\max}$根据式(6)计算得到.

本文分别对 SNR EIGEN 算法、COP EIGEN 算法和 AC EIGEN 算法的合成性能进行了仿真.仿真中，信源采用 BPSK 调制，码元速率 1KB，滚降系数 0.5 升余弦成形，载频设为 0Hz 以便于信号自相关函数的计算.采样速率 4kHz，接收信号有[0　2π)均匀分布随机初始相位差.SNR EIGEN 算法仿真中，用一组统计特性相同的噪声代替接收信号中的噪声分量，计算噪声相关矩阵.

4.1 等噪声方差条件下的合成性能仿真

噪声方差相同的 4 路信号进行合成，每次仿真用于计算相关矩阵的信号长度为 10000 采样点，即 2500 个符号长度.图 1 分别是三种不同目标函数的 EIGEN 算法的合成性能仿真结果，方框标记的曲线为 SNR EIGEN 算法，三角标记的曲线为 COP EIGEN 算法，圆圈标记的曲线为 AC EIGEN 算法.图 1 是 4 路等信噪比，等噪声方差信号的合成性能仿真结果.仿真结果显示在低信噪比条件下，SNR EIGEN 算法性能最差，AC EIGEN 算法介于 SNR EIGEN 算法和 COP EIGEN 算法之间.

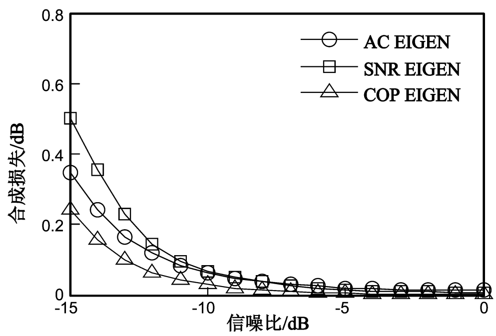

图1 等噪声方差4天线信号合成性能

4.2 不等噪声方差条件下的合成性能仿真

对于随机布设的传感器网络节点而言，由于接收系统的独立性，使得各节点的噪声特性很难保持一致.因此，噪声方差不一致的信号条件更加符合传感网信号合成的信号模型.这里针对噪声方差存在差异的信号，仿真对比三种 EIGEN 算法的合成性能.仿真中，信号格式与 4.1 节相同，噪声为高斯白噪声，4 路信号的噪声方差比设为 1∶1∶1.1∶1.1.图 2 是三种 EIGEN 合成算法的性能仿真图.从图中可以看出，COP EIGEN 算法

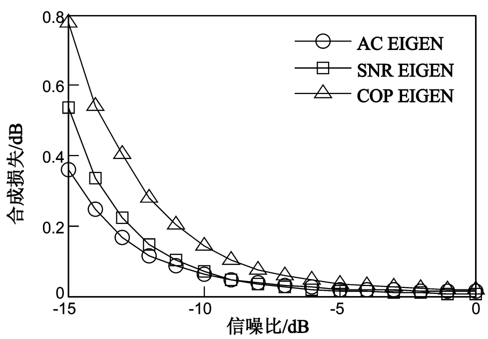

图2 噪声方差不等的4天线信号合成性能

由于不符合等噪声方差的假设条件，在低信噪比条件下，算法性能急剧下降，与 4.1 节等噪声功率条件下的合成性能相比明显恶化．而 AC EIGEN 算法和 SNR EIGEN 算法的合成性能损失与 4.1 节仿真结果基本一致．同时，图 2 显示该仿真条件下，当信号信噪比较低时，AC EIGEN 算法的合成性能优于传统的 SNR EIGEN 算法和 COP EIGEN 算法．

5　结论

针对无线传感器网中多个传感器节点信号的合成问题，本文以合成信号的自相关系数为目标函数，提出了基于特征值分解的合成权值估计算法．解决了 SNR EIGEN 算法中的需要估计噪声相关矩阵的问题．以及 COP EIGEN 算法在信号的噪声方差不一致时的有偏性问题．仿真结果显示，在低信噪比条件下，AC EIGEN 算法在噪声方差不一致时性能优于传统的 SNR EIGEN 算法和 COP EIGEN 算法．该算法由于需要计算相关矩阵并求逆，以及计算矩阵的特征向量，其主要问题在于计算量较大，因此下一步需要开展其快速算法的研究工作．

参考文献

[1] S Singhal，A K Gankotiya，S Agarwal，T Verma．An investigation of wireless sensor network：A distributed approach in smart environment[A]．Proceedings of the Second International Conference on Advanced Computing & Communication Technologies (ACCT)[C]．USA：IEEE Press，2012．522 – 529．

[2] Silvano Bertoldo，Oscar Rorato，Claudio Lucianaz，Marco Allegretti．A wireless sensor network Ad-Hoc designed as anti-theft alarm system for photovoltaic panels[J]．Wireless Sensor Network，2012，4(4)：107 – 112．

[3] R Das．Wireless Sensor Networks：The Challenges and Opportunities[OL]．http://www.mpdigest.com/issue/Articles/2011/sept/idtech/Default.asp，2011．

[4] 唐良瑞，宫月，等．一种基于 Euclidean 的无线传感器网络三维定位算法[J]．电子学报，2012，40(4)：821 – 825．
Tang Liang-rui，Gong Yue，et al．A 3D position algorithm based on Euclidean for wireless sensor networks[J]．Acta Electronica Sinica，2012，40(4)：821 – 825．(in Chinese)

[5] 朱剑，赵海，徐久强，等．WSNs 中一种新颖的模糊识别定位技术研究[J]．电子学报，2010，38(8)：1845 – 1851．
Zhu Jian，Zhao Hai，Xu Jiu-qiang，et al．Research on a novel fuzzy theory based localization model in WSNs[J]．Acta Electronica Sinica，2010，38(8)：1845 – 1851．(in Chinese)

[6] Kung Yao，Ralph E Hudson，Chris W Reed，Daching Chen，Flavio Lorenzelli．Blind beamforming on a randomly distributed sensor array system[J]．IEEE Journal on Selected Areas in Communications，1998，16(8)：1555 – 1566．

[7] Cheung K M．Eigen Theory for Optimal Signal Combining：A Unified Approach (The Telecommunications and Data Acquisition Progress Report 42 – 126)[R]．Pasadena，California：Jet Propulsion Laboratory，1996．1 – 9．

[8] C H Lee，V Vilnrotter，E Satorius，Z Ye，D Fort，K-M Cheung．Large-Array Signal Processing for Deep Space Applications (JPL Interplanetary Network Progress Report 42 – 150)[R]．Pasadena，CA：Jep Propulsion Laboratory，2002．1 – 28．

[9] Charles H Lee，Kar-Ming Cheung，Victor A Vilnrotter．Fast eigen-based signal combining algorithms for large antenna arrays[A]．Proceedings of IEEE Aerospace Conference[C]．USA：IEEE Press，2003．1123 – 1129．

[10] Shi Xueshu，Wang Yuanqin．Performance of deep space seetion front eigen combining algorithm in low SNR condition [J]．Journal of Astronautics，2009，30(6)：2347 – 2353．

[11] H H Tan，R Liang，P H Suen．Optimum Combining of Residual Carrier Array Signals in Correlated Noises (TDA Progress Report 42 – 124)[R]．Pasadena California：Jet Propulsion Laboratory，1996．33 – 52．

作者简介

罗柏文　男，1980 年生，博士，主要研究领域为通信信号处理．
E-mail：lbw1001825@163.com

王　戈　男，1981 年生，博士，主要研究领域为无线通信．